SUJET 24
Amérique du Nord, juin 2009

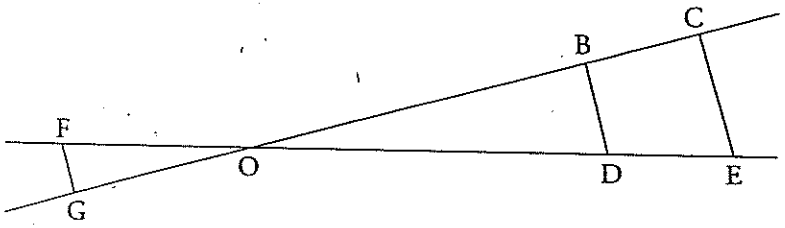
Exercice 1 **[15 min, 5 pts]**
- Théorème de Thalès
- Réciproque du théorème de Thalès

Exercice 2 **[25 min, 7 pts]**
- Théorème de Pythagore
- Trigonométrie

EXERCICE 1

Les longueurs sont données en centimètres.

On sait que les droites (BD) et (CE) sont parallèles.
On donne OB = 7,2 ; OC = 10,8 ; OD = 6 et CE = 5,1.



On ne demande pas de faire une figure en vraie grandeur.

1. Calculer OE puis BD. **[3 pts]**

2. On donne OG = 2,4 et OF = 2.
Démontrer que (GF) et (BD) sont parallèles. **[2 pts]**

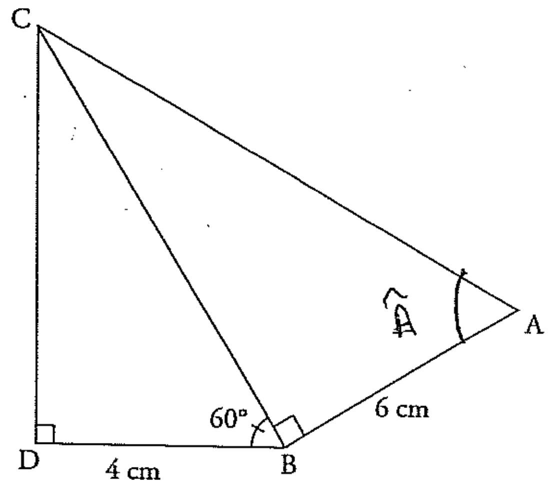
EXERCICE 2

On donne BD = 4 cm ; BA = 6 cm et $\widehat{DBC} = 60°$.

3. Calculer AC. **[1,5 pt]**

4. Quelle est la valeur de tan $\widehat{BAC}$? **[1,5 pt]**

5. En déduire la valeur arrondie au degré de $\widehat{BAC}$. **[1 pt]**



corr. page 100. Annales 2011 (1).

Amérique du Nord, 2009.

Ex 1 1) On sait que OBC sont alignés et ODE "" alignés et (BD) // (CE).

donc par application du théorème de Thalès :

$$\frac{OB}{OC} = \frac{OD}{OE} = \frac{BD}{CE} \quad (1)$$

Calcul de OE. $\frac{OB}{OC} = \frac{OD}{OE} \rightarrow OE \times OB = OC \times OD$

$$OE = \frac{OC \times OD}{OB} = \frac{10{,}8 \times 6}{7{,}2} = 9$$

$$\boxed{OE = 9 \text{ cm}}$$

Calcul de BD. en utilisant les égalités (1) on obtient :

$$\frac{OD}{OE} = \frac{BD}{CE} \rightarrow BD \times OE = OD \times CE$$

$$\rightarrow BD = \frac{OD \times CE}{OE} = \frac{6 \times 5{,}1}{9} = 3{,}4 \text{ cm}.$$

$$\boxed{BD = 3{,}4 \text{ cm}}$$

2.) Démontrer que (GF) // (BD).

→ réciproque du théorème de Thalès.

On sait que FO D sont alignés et que G OB sont alignés.

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{OB}{OG} = \dfrac{7{,}2}{2{,}4} = 3. \\[2ex] \dfrac{OD}{OF} = \dfrac{6}{2} = 3. \end{array}\right\} \text{ donc } \dfrac{OB}{OG} = \dfrac{OD}{OF}.$$

<u>Conclusion</u> : $(GF) \parallel (BD)$.

<u>Exercice n°2</u>

3.) <u>calculer AC</u>.

on sait que ABC est un triangle rectangle en B.
AC est l'hypoténuse du triangle ABC.

<u>Calcul de BC</u>.

Dans le triangle BCD, l'angle en D est de 90°.
$\longrightarrow$ le triangle BCD est un triangle rectangle en D.

nous connaissons l'angle en $\hat{B}$ de 60°.
et le coté DB = 4 cm.

$$\cos 60° = \frac{4}{BC} \longrightarrow BC = \frac{4}{\cos 60°}.$$

$$\cos(60°) = \frac{1}{2} = 0{,}5. \longrightarrow BC = \frac{4}{\frac{1}{2}} = 8.$$

$$\boxed{BC = 8 \text{ cm}}$$

Dans le triangle ABC rectangle en B,
le théorème de Pythagore nous dit que : si ABC tri. rect. en B.
alors $AC^2 = BC^2 + AB^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$

$AC^2 = 100 \longrightarrow \boxed{AC = 10 \text{ cm}}$.

4.). $\tan(\widehat{BAC}) = ?$
le triangle ABC est rectangle en B.

$\longrightarrow \tan(\widehat{BAC}) = \dfrac{\text{coté opposé à l'angle } \widehat{BAC}}{\text{coté adjacent à l'angle } \widehat{BAC}}$.

$\tan(\widehat{BAC}) = \dfrac{BC}{AB} = \dfrac{8}{6} = \dfrac{\cancel{2}\times 4}{\cancel{2}\times 3} = \dfrac{4}{3}$.

$\tan(\widehat{BAC}) = \dfrac{3}{3} + \dfrac{1}{3} = 1 + \dfrac{1}{3} \simeq 1{,}33\underline{3}\ldots$

$\boxed{\tan(\widehat{BAC}) = \dfrac{4}{3}}$.

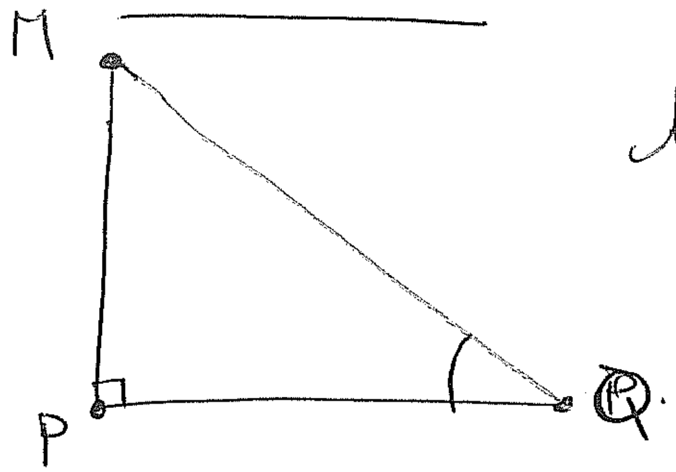
5.). $\tan(\widehat{BAC}) = \dfrac{4}{3} \longrightarrow \widehat{BAC} = \tan^{-1}\left(\dfrac{4}{3}\right)$

$\boxed{\widehat{BAC} \simeq 53^\circ}$

rappel trigonométrie $\longrightarrow$

rappel trigonométrie.

Vocabulaire.



triangle MPQ rectangle en P.

angle en Q = $\hat{Q}$
$= \widehat{MQP}$

Définitions

côté opposé à $\widehat{MQP}$

$\downarrow$

$\boxed{MP.}$

côté Adjacent à l'angle $\widehat{MQP}$.

$\downarrow$

$\boxed{PQ}$

hypoténuse : côté le plus grand du triangle rectangle MQP.

hypoténuse = MQ.

$$\cos(\widehat{MQP}) = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}.$$

$$\sin(\widehat{MQP}) = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}.$$

$$\tan(\widehat{MQP}) = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté Adjacent}}$$

Suite rappel trigonométrie.

$$\cos(\widehat{MQP}) = \frac{PQ}{MQ}.$$

$$\sin(\widehat{MQP}) = \frac{MP}{MQ}.$$

$$\tan(\widehat{MQP}) = \frac{MP}{PQ}.$$