CHAPITRE 7
FONCTIONS LINEAIRES ET AFFINES

1 . *Fonctions linéaires – Proportionnalité*

a. Définition d'un fonction linéaire

Le processus qui, à un nombre x, fait correspondre le nombre ax (où a est un nombre donné) est appelé fonction linéaire.

- On la note $f : x \longrightarrow ax$ ou $f(x) = ax$
- Le nombre $f(x)$ est appelé l'image de x par la fonction f.

Exemple : La fonction qui, à un nombre x, fait correspondre son double est une fonction linéaire notée $f : x \longrightarrow 2x$ ou $f(x) = 2x$.
L'image du nombre 5 par cette fonction est notée $f(5)$ et vaut $f(5) = 2\times5 = 10$.

b. Lien avec la proportionnalité

Dans un tableau de proportionnalité, les nombres de la deuxième ligne sont les images des nombres de la première ligne par une fonction linéaire.

Exemple :

$\boxed{\times 2}$

x	0	1	2	4	8
$f(x)$	0	2	4	8	16

Ce tableau traduit la fonction linéaire notée $f(x) = 2x$

2 . *Fonctions affines*

a. Définition d'une fonction affine

Le processus qui, à un nombre x, fait correspondre le nombre $ax + b$ (où a et b sont des nombres donnés) est appelé fonction affine.

- On la note $f : x \longrightarrow ax+b$ ou $f(x) = ax+b$
- Le nombre $f(x)$ est appelé l'image de x par la fonction f.

Exemple :
La fonction qui, à un nombre x, fait correspondre son triple augmenté de 5 est une fonction affine notée $f : x \longrightarrow 3x+5$ ou $f(x) = 3x+5$.
L'image du nombre 2 par cette fonction est notée $f(2)$ et vaut $f(2) = 3\times2+5 = 6+5 = 11$.

b. Tableau de valeurs

Le tableau ci-dessous dans lequel sont données les images de certains nombres par la fonction affine f s'appelle un tableau de valeurs de f.

x	-4	-3	-1	0	1	$\frac{5}{4}$
$f(x)=2x+3$	-5	-3	1	3	5	$\frac{11}{2}$

Il s'établit en faisant le calcul des images de chaque valeur de x :
$f(-4) = 2\times(-4) + 3 = -8 + 3 = -5$
$f(-3) = 2\times(-3) + 3 = -6 + 3 = -3$
$f(0) = 2\times0 + 3 = 3$
$f\left(\frac{5}{4}\right) = 2\times\frac{5}{4} + 3 = \frac{5}{2} + 3 = \frac{5+6}{2} = \frac{11}{2}$

c. Cas particuliers

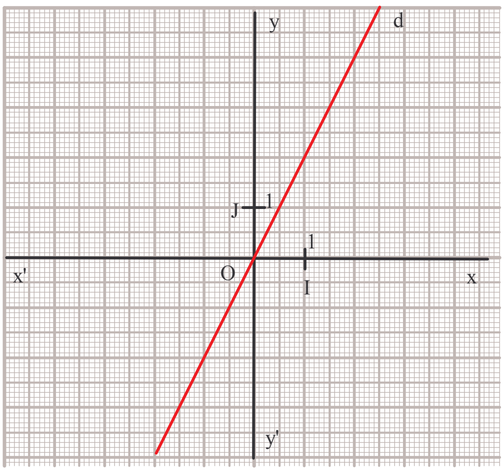
La fonction linéaire définie par $f(x) = ax$ est une fonction affine pour laquelle $b=0$.
En effet, $f(x) = ax + 0$.
La fonction **constante** définie par $f(x) = b$ est une fonction affine pour laquelle $a=0$.
En effet, $f(x) = 0x + b$.

Exemples :
$f(x) = 4x$ est une fonction linéaire.
$f(x) = 5$ est une fonction constante.

3 . Représentation graphique

a. Fonction linéaire

La représentation graphique d'une fonction linéaire est une **droite passant par l'origine** du repère.
C'est la droite d'équation **y=ax** où a est le coefficient directeur de la droite.

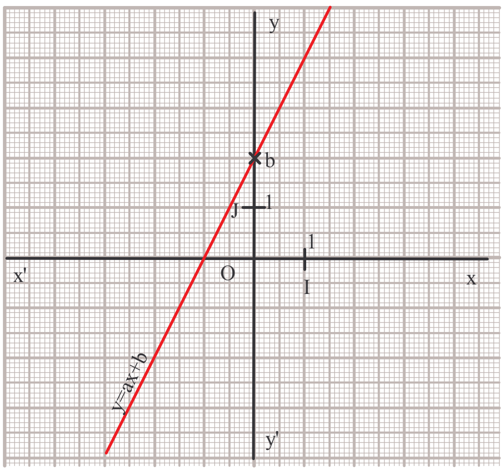


Exemple :
Représentation graphique de la fonction linéaire f telle que $f(x) = 2x$.

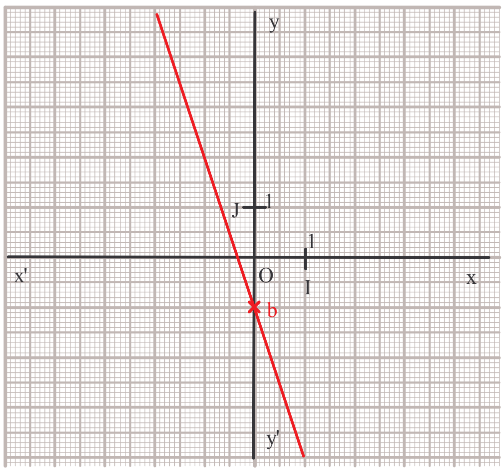
Si $x = 0$, $y = 0$
Si $x = 1$, $y = 2$

b. Fonction affine

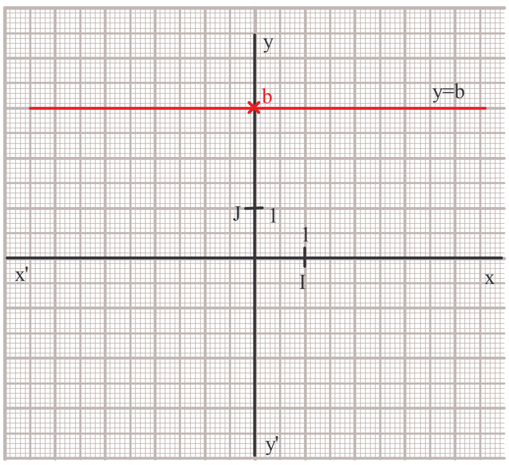
La représentation graphique d'un fonction affine telle que $f(x) = ax+b$ est une droite d'équation $\boldsymbol{y=ax+b}$.
a et le **coefficient directeur** de la droite,
b est **l'ordonnée à l'origine.**



$f(x) = ax+b$ avec $a>0$



$f(x) = ax + b$ avec $a<0$



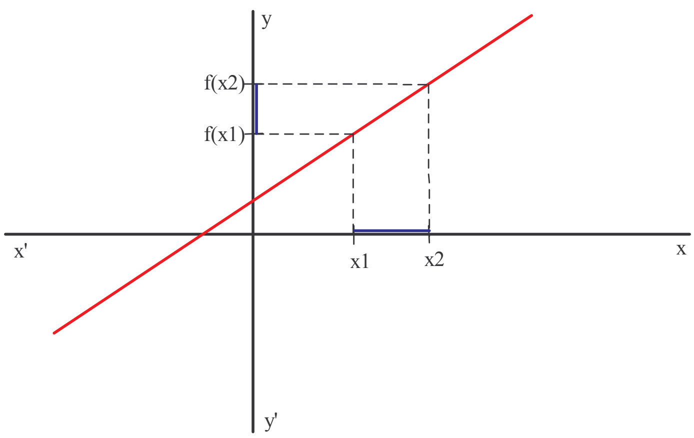
$f(x) = b$ avec $a=0$

4 . *Proportionnalité des accroissements*

Soit f une fonction affine définie par $f(x) = ax + b$.
Il y a proportionnalité entre les accroissements de $f(x)$ et les accroissements de x.

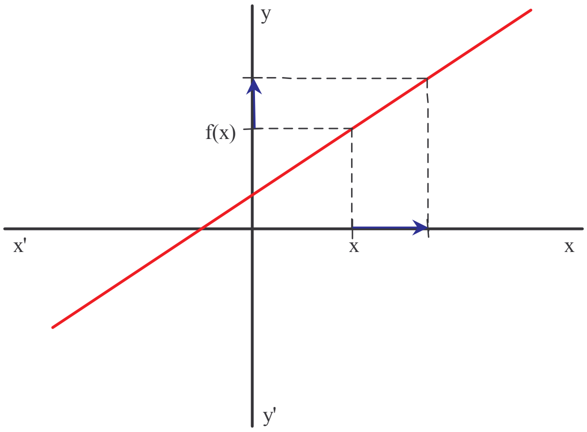
Si x_1 et x_2 sont deux nombres distincts, alors on a :

$$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

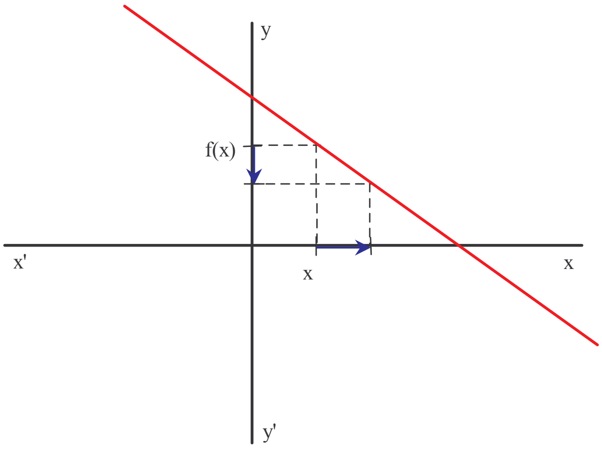


5 . *Fonction croissante, décroissante*

Une fonction est croissante si $f(x)$ augmente quand x augmente (a>0) ;
Une fonction est décroissante si $f(x)$ diminue quand x augmente (a<0).



f est croissante



f est décroissante